แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 จำนวนเชิงซ้อน

เรื่อง รากที่ 2 ของจำนวนเชิงซ้อน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

จัดทำโดย

นายปฏิมา สิงห์ศร

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการ

โรงเรียนเทพศิรินทร์ สมุทรปราการ

อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรปราการ

คำนำ

แบบฝึกเสริมทักษะคณิตศาสตร์ เรื่องรากที่ 2 ของจำนวนเชิงซ้อน จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเรื่องของจำนวนเชิงซ้อน แบบฝึกเสริมทักษะเล่มนี้ ประกอบด้วย คำแนะนำในการใช้แบบฝึกเสริมทักษะ เนื้อหาแบบทดสอบก่อนเรียน แบบฝึกทักษะ และแบบทดสอบหลังเรียน พร้อมเฉลยคำตอบ นักเรียนสามารถศึกษาได้ด้วยตนเอง เมื่อนำแบบฝึกเสริมทักษะเล่มนี้ไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนแล้ว จะทำให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนจำนวนเชิงซ้อนมากยิ่งขึ้น และส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นด้วย

หวังว่าแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้ จะเป็นส่วนหนึ่งของเครื่องมือที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างสมบูรณ์ มีประสิทธิภาพ และเอื้อประโยชน์แก่นักเรียน ครูผู้สอนคณิตศาสตร์และผู้ที่สนใจตามสมควร

นายปฏิมา สิงห์ศร

สารบัญ

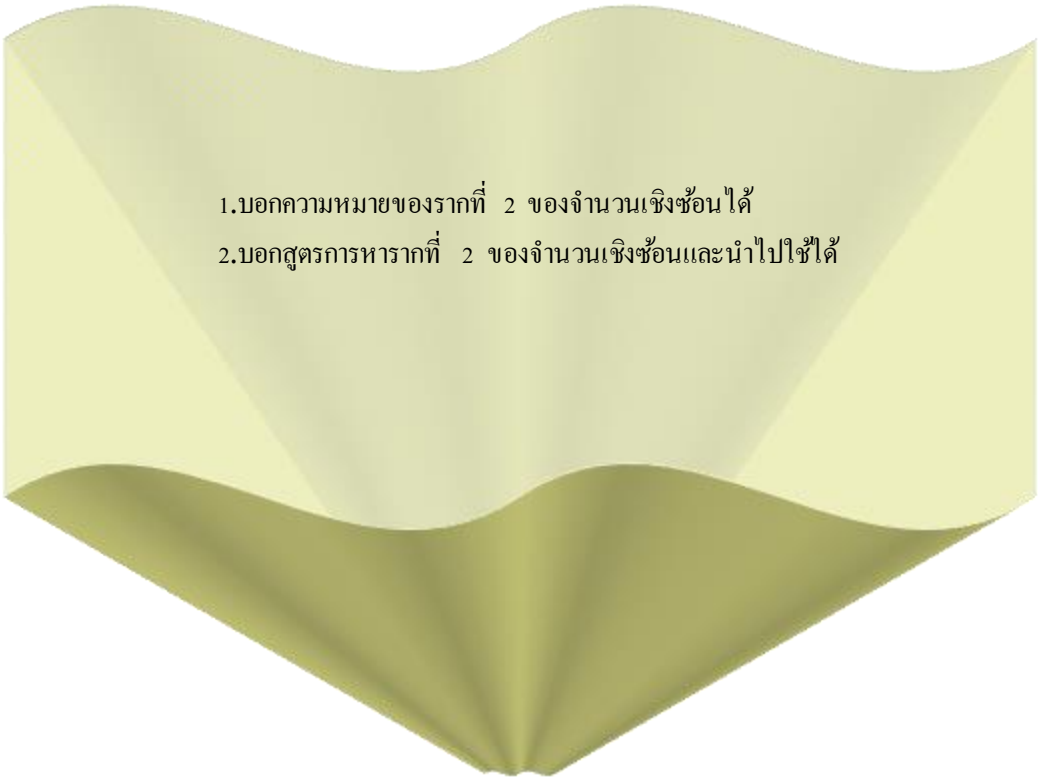
หน้า

คำนำ	
คำแนะนำในการใช้แบบฝึกเสริมทักษะ	1
จุดประสงค์	2
แบบทดสอบก่อนเรียน	3
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน	5
รากที่ 2 ของจำนวนเชิงซ้อน	6
แบบฝึกทักษะที่ 4.1	9
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 4.1	10
แบบฝึกทักษะที่ 4.2	12
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 4.2	13
สมการกำลังสอง	14
แบบฝึกทักษะที่ 4.3	15
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 4.3	17
แบบฝึกทักษะที่ 4.4	18
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 4.4	19
แบบทดสอบหลังเรียน	20
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน	22
บรรณานุกรม	23

คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะ

1. ก่อนศึกษาแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง รากที่ 2 ของจำนวนเชิงซ้อน ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน
2. ให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาจากใบความรู้เรื่องรากที่ 2 ของจำนวนเชิงซ้อน
3. แล้วปฏิบัติตามกิจกรรมในแบบฝึกทักษะ
4. เมื่อทำกิจกรรมในแบบฝึกทักษะเสร็จหมดทุกแบบฝึกแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน
5. นักเรียนนำคะแนนเปรียบเทียบคะแนนจากการทำแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนเรื่องการบวกและการคูณจำนวนเชิงซ้อนโดยใช้แบบฝึกทักษะเพื่อตรวจดูความก้าวหน้าของตนเอง

จุดประสงค์การเรียนรู้



1.บอกความหมายของรากที่ 2 ของจำนวนเชิงซ้อนได้

2.บอกสูตรการหารากที่ 2 ของจำนวนเชิงซ้อนและนำไปใช้ได้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 จำนวนเชิงซ้อน	**แบบทดสอบก่อนเรียน** **เรื่อง รากที่ 2 ของจำนวนเชิงซ้อน**	รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค43202

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบก่อนเรียน ใช้ทดสอบความรู้ของนักเรียนก่อนเรียน เรื่องการคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อน จำนวน 10 ข้อ

2. ให้นักเรียนกาเครื่องหมายกากบาท ( ) ลงในช่อง ☐ ใต้ตัวอักษร ก, ข, ค และ ง ที่เป็นคำตอบที่ถูกที่สุดเพียงคำตอบเดียว ลงในกระดาษคำตอบในสมุดแบบฝึกทักษะ โดยใช้เวลาสอบ 20 นาที

1. รากที่สองของ $-3-4i$ คือจำนวนในข้อใด
   - ก. $-1-2i$ และ $1+2i$
   - ข. $1-2i$ และ $-1+2i$
   - ค. $-1+2i$ และ $-1-2i$
   - ง. $1+-2i$ และ $-1+2i$
2. รากที่สองของ $8+6i$ คือจำนวนในข้อใด
   - ก. $3-i$ และ $-3+i$
   - ข. $3+i$ และ $-3-i$
   - ค. $1-3i$ และ $-1+3i$
   - ง. $1+3i$ และ $-1-3i$
3. รากที่สองของ $5-12i$ คือจำนวนในข้อใด
   - ก. $-3-2i$ และ $3+2i$
   - ข. $-3-2i$ และ $-3+2i$
   - ค. $3-2i$ และ $-3+2i$
   - ง. $3+2i$ และ $3-2i$
4. รากที่สองของ -80 คือจำนวนใด
   - ก. $3\sqrt{5}\,i$ และ $-3\sqrt{5}\,i$
   - ข. $4\sqrt{5}\,i$ และ $-4\sqrt{5}\,i$
   - ค. $16\sqrt{5}\,i$ และ $-16\sqrt{5}\,i$
   - ง. $40\sqrt{5}\,i$ และ $-40\sqrt{5}\,i$
5. จงหาคำตอบของสมการ $x^2-2x+3=0$
   - ก. $-1-\sqrt{2}\,i\,,1+\sqrt{2}\,i$
   - ข. $-1-\sqrt{2}\,i\,,-1+\sqrt{2}\,i$
   - ค. $1+\sqrt{2}\,i\,,-1+\sqrt{2}\,i$
   - ง. $-1-\sqrt{2}\,i\,,1+\sqrt{2}\,i$
6. ผลบวกของค่าสัมบูรณ์ของรากที่ 2 ของ $8+6i$ ที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนมีค่าเท่ากับข้อใด
   - ก. 0
   - ข. $2\sqrt{10}$
   - ค. 4
   - ง. 8
7. จงหาคำตอบของสมการ $x^2+4=0$
   - ก. $2i\,,-2i$
   - ข. $2\,,-2i$
   - ค. $4i\,,\,-4i$
   - ง. $4\,,\,-4i$

8. จงหาคำตอบของสมการ $x^2 = -16$

ก. $2i, -2i$

ข. $4i, -4i$

ค. $4, -4i$

ง. $2, -2i$

9. จงหาคำตอบของสมการ $x^2 + 2x + 4 = 0$

ก. $1 + \sqrt{3}\,i, -1 + \sqrt{3}\,i$

ข. $-1 - \sqrt{3}\,i, -1 + \sqrt{3}\,i$

ค. $-1 + \sqrt{2}\,i, -1 - \sqrt{2}\,i$

ง. $-1 + \sqrt{2}\,i, -1 + \sqrt{3}\,i$

10. ผลคูณของคำตอบของสมการ

$4x^2 + 2x + 1 = 0$ คือจำนวนในข้อใด

ก. $\frac{1}{12}$

ข. $\frac{1}{8}$

ค. $\frac{1}{6}$

ง. $\frac{1}{4}$

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

1)	ก	6)	ค
2)	ข	7)	ค
3)	ค	8)	ก
4)	ข	9)	ข
5)	ง	10)	ค

รากที่ 2 ของจำนวนเชิงซ้อน

รากที่ 2 ของจำนวนเชิงซ้อน z คือ จำนวนเชิงซ้อน a เมื่อ $a^2 = z$ ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการหาคำตอบของสมการพหุนามกำลังสองได้

ทฤษฎีบท กำหนดจำนวนเชิงซ้อน $z = x + yi$ และให้ $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ จะได้ว่า รากที่ 2 ของ z คือ

$$\begin{cases} \pm\left(\sqrt{\frac{r+x}{2}} + \sqrt{\frac{r-x}{2}}\,i\right) & \text{เมื่อ } y \geq 0 \\ \pm\left(\sqrt{\frac{r+x}{2}} - \sqrt{\frac{r-x}{2}}\,i\right) & \text{เมื่อ } y < 0 \end{cases}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหารากที่สองของ $-15 - 8i$

วิธีทำ ให้ $z = -15 - 8i$

เมื่อเปรียบเทียบกับ $x + yi$ ในทฤษฎีบท

จะได้ว่า $x = -15$ และ $y = -8$

และ $r = \sqrt{(-15)^2 + (-8)^2}$

$= \sqrt{225 + 64}$

$= 17$

เนื่องจาก $y < 0$ ดังนั้นรากที่ 2 ของ $-15 - 8i$ คือ

$$\pm\left(\sqrt{\frac{17+(-15)}{2}} - \sqrt{\frac{17-(-15)}{2}}\,i\right) = \pm\left(\sqrt{\frac{2}{2}} - \sqrt{\frac{32}{2}}\,i\right)$$

$$= \pm(1 - 4i)$$

ดังนั้น รากที่ 2 ของ $-15 - 8i$ คือ $1 - 4i$ และ $-1 + 4i$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 จงหารากที่ 2 ของ $5+12i$

วิธีทำ ให้ z เป็นรากที่สองของ $5+12i$

$z = 5+12i$ เมื่อเปรียบเทียบกับ $x+yi$ ในทฤษฎีบท

จะได้ว่า $x = 5$ และ $y = 12$

และ $r = \sqrt{(5)^2+(12)^2}$

$= \sqrt{25+144}$

$= 13$

เนื่องจาก $y \geq 0$ ดังนั้นรากที่ 2 ของ $5+12i$ คือ

$$\pm\left(\sqrt{\frac{13+5}{2}} + \sqrt{\frac{13-5}{2}}\,i\right) = \pm\left(\sqrt{\frac{18}{2}} + \sqrt{\frac{8}{2}}\,i\right)$$

$$= \pm(3+2i)$$

ดังนั้น รากที่ 2 ของ $5+12i$ คือ $3+2i$ และ $-3-2i$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 3 จงหารากที่ 2 ของ $18i$

วิธีทำ ให้ z เป็นรากที่สองของ $18i$

$z = 0+18i$

เมื่อเปรียบเทียบกับ $x+yi$ ในทฤษฎีบท

จะได้ว่า $x = 0$ และ $y = 18$

และ $r = \sqrt{(0)^2+(18)^2}$

$= \sqrt{0+324}$

$= 18$

เนื่องจาก $y \geq 0$ ดังนั้นรากที่ 2 ของ $18i$ คือ

$$\pm\left(\sqrt{\frac{18+0}{2}} + \sqrt{\frac{18-0}{2}}\,i\right) = \pm\left(\sqrt{9} + \sqrt{9}\,i\right)$$

$$= \pm(3+3i)$$

ดังนั้น รากที่ 2 ของ $18i$ คือ $3+3i$ และ $-3+3i$ **ตอบ**

ในกรณีที่จำนวนเชิงซ้อนเป็นจำนวนจริงลบ การหารากที่สองสามารถทำได้ดังนี้

ให้ $z = -a$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงบวกจะได้ว่ารากที่สองของ z คือ $\sqrt{a}\,i$ และ $-\sqrt{a}\,i$

เช่น 1) รากที่ 2 ของ -4 คือ $2i$ และ $-2i$

2) รากที่ 2 ของ -16 คือ $4i$ และ $-4i$

3) รากที่ 2 ของ -48 คือ $4\sqrt{3}\,i$ และ $-4\sqrt{3}\,i$ เป็นต้น

สรุป

1) ถ้า z เป็นจำนวนเชิงซ้อนใด ๆ และ a เป็นรากที่สองของ z จะได้ว่า $-a$ เป็นรากที่ 2 ของ z ด้วย

2) รากที่ 2 ของจำนวนเชิงซ้อน z ใด ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ จะมีเพียงสองจำนวนเท่านั้น

แบบฝึกทักษะ 4.1

คำชี้แจง ให้นักเรียนหารากที่ 2 ของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้

1. $2i$

วิธีทำ ให้ z = ...

เมื่อเปรียบเทียบกับ $x + yi$ ในทฤษฎีบท

จะได้ว่า x = ... และ y = ...

และ r = ...

= .....

= .....

เนื่องจาก ..... ดังนั้นรากที่ 2 ของ ..... คือ

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น รากที่สองของ $2i$ คือ.....และ..... ตอบ

2. $7 + 24i$

วิธีทำ ให้ z = ...

เมื่อเปรียบเทียบกับ $x + yi$ ในทฤษฎีบท

จะได้ว่า x = ... และ y = ...

และ r = ...

= .....

= .....

เนื่องจาก ..... ดังนั้นรากที่ 2 ของ ..... คือ

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น รากที่สองของ ..... คือ.....และ..... ตอบ

3. $-1-\sqrt{3}\,i$

วิธีทำ ให้ z = ...

เมื่อเปรียบเทียบกับ $x + yi$ ในทฤษฎีบท

จะได้ว่า x = ... และ y = ...

และ r = ...

= .....

= .....

เนื่องจาก ..... ดังนั้นรากที่ 2 ของ ..... คือ

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น รากที่สองของ ..... คือ.....และ..... ตอบ

4. $4+4\sqrt{3}\,i$

วิธีทำ ให้ z = ...

เมื่อเปรียบเทียบกับ $x + yi$ ในทฤษฎีบท

จะได้ว่า x = ... และ y = ...

และ r = ...

= .....

= .....

เนื่องจาก ..... ดังนั้นรากที่ 2 ของ ..... คือ

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น รากที่สองของ ..... คือ.....และ..... ตอบ

แบบฝึกทักษะ 4.2

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ

1. จงหารากที่สองของ -9i

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหารากที่สองของ -4i

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงหารากที่สองของ -3-4i

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. จงหารากที่สองของ $8 - 15i$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. จงหารากที่สองของ $-1+\sqrt{3}\,i$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. จงหารากที่สองของ $-9-9\sqrt{3}\,i$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบฝึกทักษะ 4.3

คำชี้แจง จงเติมคำตอบลงในตารางให้ถูกต้องสมบูรณ์

ข้อที่	z = a+bi	r = $\sqrt{a^2+b^2}$	รากที่ 2 ของ z
1	z = 3 + 4i	**r =**…… …… ……	…… …… …… ……
2	z = -8 – 6 i	**r =**…… …… ……	…… …… …… ……
3	z = 6 - 8i	**r =**…… …… ……	…… …… …… ……
4	z = -8+15i	**r =**…… …… ……	…… …… …… ……
5	z = 7 –24 i	**r =**…… …… ……	…… …… …… ……
6	z = 9 – 40 i	**r =**…… …… ……	…… …… …… ……
7	z = 1+ $\sqrt{3}$ i	**r =**…… …… ……	…… …… …… ……
8	z = -i	**r =**…… …… ……	…… …… …… ……